ΣΥΝΟΛΑ

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΣΥΝΟΛΟΥ

Η έννοια του συνόλου θεωρείται στα Μαθηματικά ως μια αρχική (θεμελιώδης) έννοια, δηλ. ως μια έννοια που δεν επιδέχεται ορισμό και δεν μπορεί συνεπώς να αναχθεί σ' άλλη έννοια.

Δεχόμαστε, όμως, ότι κάποια αντικείμενα που είναι τελείως καθορισμένα και διακεκριμένα μεταξύ τους μπορούμε να τα θεωρούμε ως ένα νέο αντικείμενο, που το αποκαλούμε το ***σύνολο*** των αντικειμένων αυτών.

Ορισμός του συνόλου σύμφωνα με τον Cantor : *«Σύνολο είναι κάθε συλλογή αντικειμένων, που προέρχονται από την εμπειρία ή τη διανόησή μας, είναι καλά ορισμένα και διακρίνονται το ένα από το άλλο»*.

Τα αντικείμενα που αποτελούν ένα σύνολο τα αποκαλούμε ***στοιχεία*** ή ***μέλη*** του συνόλου. Μερικές φορές, κυρίως στη Γεωμετρία, αντί για τον όρο σύνολο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο όρος ***χώρος*** και αντί για τον όρο στοιχείο του συνόλου μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο όρος ***σημείο*** του χώρου. Τα σύνολα τα συμβολίζουμε συνήθως με κεφαλαία γράμματα, όπως Α, Β, Κ, Χ, ενώ τα στοιχεία των συνόλων με μικρά γράμματα, όπως α, β, λ, ρ, x.

Για να δηλώσουμε ότι ένα στοιχείο x ανήκει σ' ένα σύνολο Α, γράφουμε $x \in A$, ενώ να δηλώσουμε ότι ένα στοιχείο x δεν ανήκει σ' ένα σύνολο Α, γράφουμε $x \notin A$. Για κάθε στοιχείο x και για κάθε σύνολο Α θα ισχύει μία μόνο από τις εξής δύο σχέσεις : $x \in A \vee x \notin A$.

Πολύ βασικά σύνολα αριθμών είναι τα εξής :

- N, το σύνολο των φυσικών αριθμών : 0, 1, 2, 3, ...
- N^*, το σύνολο των φυσικών αριθμών εκτός του 0 : 1, 2, 3, ...
- Z, το σύνολο των ακεραίων αριθμών : ..., –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, ...
- Z^+, το σύνολο των θετικών ακεραίων αριθμών : 1, 2, 3, ...
- Z^-, το σύνολο των αρνητικών ακεραίων αριθμών : ..., –3, –2, –1
- Z^*, το σύνολο των ακεραίων αριθμών εκτός του 0 : ...,–3, –2,–1,1,2,3,...
- Q, το σύνολο των ρητών αριθμών.
- Q^+, το σύνολο των θετικών ρητών αριθμών.
- Q^-, το σύνολο των αρνητικών ρητών αριθμών.
- Q^*, το σύνολο των ρητών αριθμών εκτός του 0.
- R, το σύνολο των πραγματικών αριθμών.
- R^+, το σύνολο των θετικών πραγματικών αριθμών.
- R^-, το σύνολο των αρνητικών πραγματικών αριθμών.
- R^*, το σύνολο των πραγματικών αριθμών εκτός του 0.
- C, το σύνολο των μιγαδικών αριθμών.
- I, το σύνολο των φανταστικών αριθμών ($Re(z) = 0$).

ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΕΝΟΣ ΣΥΝΟΛΟΥ

΄Ενα σύνολο μπορεί να προσδιορισθεί με δύο τρόπους :

Παράσταση Συνόλου με Αναγραφή των Στοιχείων του

Σ' αυτή την περίπτωση, θα πρέπει να αναγράψουμε όλα τα στοιχεία του συνόλου ανάμεσα σε δύο αντικριστά άγκιστρα { }. Αν ένα σύνολο έχει λίγα στοιχεία, θα μπορούμε να αναγράψουμε όλα τα στοιχεία του, αλλά αν έχει πολλά ή και άπειρα στοιχεία, θα μπορούμε να αναγράψουμε κάποια αρχικά χαρακτηριστικά στοιχεία του και μετά να χρησιμοποιήσουμε αποσιωπητικά (...) για να γίνουν έτσι εύκολα κατανοητά και τα υπόλοιπα στοιχεία του συνόλου που δεν είναι δυνατόν να αναγραφούν.

Ακολουθούν παραδείγματα :

Το σύνολο των ψηφίων του οκταδικού συστήματος αρίθμησης :
$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Το σύνολο των άρτιων θετικών ακεραίων αριθμών :
$A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, ...\}$

Το σύνολο των άρτιων θετικών ακεραίων αριθμών που είναι < 10 :
$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

Το σύνολο των ακεραίων από το 1 μέχρι και το 1000 :
$A = \{1, 2, 3, 4, ..., 1000\}$

Το σύνολο των κλασμάτων της μορφής $\frac{1}{\nu}$, όπου $\nu \in Z^+$:

$A = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, ...\}$

Κατά την αναγραφή των στοιχείων ενός συνόλου μπορούμε να γράψουμε τα στοιχεία του με όποια σειρά θέλουμε, δηλ. δεν χρησιμοποιείται καμία διάταξη για τα στοιχεία ενός συνόλου.

Παράσταση Συνόλου με Περιγραφή Χαρακτηριστικής Ιδιότητας

Σ' αυτή την περίπτωση, θα πρέπει να βρούμε μια χαρακτηριστική ιδιότητα που να ικανοποιείται απ' όλα τα στοιχεία του συνόλου. ΄Ετσι, αν έχουμε έναν προτασιακό τύπο p(x) με σύνολο αναφοράς το Ω, τα στοιχεία του Ω που έχουν την ιδιότητα p, δηλ. οι τιμές της μεταβλητής για τις οποίες ο προτασιακός τύπος γίνεται αληθής πρόταση, αποτελούν ένα σύνολο, το οποίο συμβολίζεται ως εξής :

$\{x \in \Omega$ / x έχει την ιδιότητα p$\}$ ή $\{x \in \Omega$ / p(x) αληθής$\}$ ή $\{x \in \Omega / p(x)\}$

Επομένως έχουμε :

$A = \{x \in \Omega / p(x)\}$ και $(\forall x)\ x \in A \Leftrightarrow p(x)$ αληθής

Ακολουθούν παραδείγματα :

Το σύνολο των αρνητικών πραγματικών αριθμών :
$A = \{x \in R \,/\, x<0\}$

Το σύνολο των περιττών ακεραίων αριθμών :
$A = \{x \in Z \,/\, x$ περιττός$\}$

Τα διαστήματα των πραγματικών αριθμών περιγράφονται πολύ καλά με περιγραφή χαρακτηριστικής ιδιότητας :

Ανοικτό διάστημα με άκρα α, β, όπου $\alpha<\beta$:
$(\alpha, \beta) = \{x \in R \,/\, \alpha<x<\beta\}$

Κλειστό διάστημα με άκρα α, β, όπου $\alpha<\beta$:
$[\alpha, \beta] = \{x \in R \,/\, \alpha \leq x \leq \beta\}$

Ημι-ανοικτό διάστημα από δεξιά με άκρα α, β, όπου $\alpha<\beta$:
$[\alpha, \beta) = \{x \in R \,/\, \alpha \leq x<\beta\}$

Ημι-ανοικτό διάστημα από αριστερά με άκρα α, β, όπου $\alpha<\beta$:
$(\alpha, \beta] = \{x \in R \,/\, \alpha<x \leq \beta\}$

ΒΑΣΙΚΟΙ ΟΡΟΙ ΤΩΝ ΣΥΝΟΛΩΝ

Τα σύνολα που έχουν ένα μόνο στοιχείο αποκαλούνται ***μονομελή σύνολα*** ή και ***μονοσύνολα***. Αν ένα τέτοιο σύνολο είναι το $\{\alpha\}$, τότε ισχύουν τα εξής : $\alpha \in \{\alpha\}$ και $\alpha \neq \{\alpha\}$.

Η ανάγκη για την ύπαρξη ενός και μοναδικού συνόλου που να μην περιέχει κανένα στοιχείο, οδήγησε στη δημιουργία του κενού συνόλου, το οποίο συμβολίζεται με $\varnothing$ ή και με $\{\ \}$. Το ***κενό σύ***νολο αντιστοιχεί στους προτασιακούς τύπους που γίνονται ψευδείς προτάσεις για κάθε στοιχείο του συνόλου αναφοράς τους.

Κενό σύνολο είναι για παράδειγμα το εξής :

$A = \{x \in R \,/\, x^2 + 2 < 0\} = \varnothing$

ή και το εξής :

$A = \{x \in N \,/\, 2x \text{ περιττός}\} = \varnothing$

ή και το εξής :

$A = \{x \in R \,/\, x - 5 > 0 \wedge x - 3 < 0\} = \varnothing$

Κάθε προτασιακός τύπος p(x) του οποίου η μεταβλητή x παίρνει ως τιμές τα στοιχεία ενός συνόλου Α, αποκαλείται ***συνθήκη*** στο σύνολο Α. Αν ένα στοιχείο α του συνόλου Α ικανοποιεί τη συνθήκη p(x), τότε θα λέμε ότι η πρόταση p(x) θα είναι αληθής και αντίστροφα. Μια συνθήκη p(x) που αληθεύει για κάθε στοιχείο x ενός συνόλου Α αποκαλείται ***ταυτότητα*** στο σύνολο Α.

Για παράδειγμα, ο προτασιακός τύπος $p(x) : x^2+x+1 > 0$ είναι ταυτότητα στο σύνολο R των πραγματικών αριθμών, επειδή αληθεύει $\forall x \in R$, ενώ ο προτασιακός τύπος $q(x) : x^2+5x-6 > 0$ είναι συνθήκη στο σύνολο R των πραγματικών αριθμών, επειδή αληθεύει όταν $x<-6 \vee x>1$.

Αν Α και Β είναι δύο μη κενά σύνολα, θα λέμε ότι το σύνολο Α είναι (αποτελεί) ***υποσύνολο*** του συνόλου Β ή ότι το σύνολο Α περιέχεται στο σύνολο Β και θα γράφουμε $A \subseteq B$, όταν και μόνο όταν η συνθήκη $x \in A$ συνεπάγεται την $x \in B$, δηλ. αν και μόνο αν κάθε στοιχείο του συνόλου Α είναι και στοιχείο του συνόλου Β.

$$\boxed{A \subseteq B \Leftrightarrow (\forall x \,/\, x \in A \Rightarrow x \in B)}$$

Αν Α και Β είναι δύο μη κενά σύνολα, θα λέμε ότι το σύνολο Α είναι (αποτελεί) ***υπερσύνολο*** του συνόλου Β ή ότι το σύνολο Α περιέχει το σύνολο Β και θα γράφουμε $A \supseteq B$, όταν και μόνο όταν η συνθήκη $x \in B$ συνεπάγεται την $x \in A$.

$$\boxed{A \supseteq B \Leftrightarrow (\forall x / x \in B \Rightarrow x \in A)}$$

Το κενό σύνολο $\varnothing$ θεωρείται υποσύνολο κάθε συνόλου και υπερσύνολο μόνο του εαυτού του. Δηλ. $\varnothing \subseteq A$ και $\varnothing \subseteq \varnothing$, αλλά και $\varnothing \supseteq \varnothing$.

Δύο σύνολα θα λέγονται ***ίσα*** όταν έχουν τα ίδια ακριβώς στοιχεία ή όταν το ένα είναι υποσύνολο του άλλου. Αυτό σημαίνει ότι κάθε στοιχείο του ενός συνόλου είναι και στοιχείο του άλλου συνόλου.

$$\boxed{A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \wedge B \subseteq A)}$$

ή

$$\boxed{A = B \Leftrightarrow (\forall x / x \in A \Rightarrow x \in B) \wedge (\forall y / y \in B \Rightarrow y \in A)}$$

Αν δύο σύνολα Α και Β δεν είναι ίσα, θα λέμε ότι το Α είναι ***διάφορο*** του Β και θα γράφουμε $A \neq B$.

Αν Α και Β είναι δύο μη κενά σύνολα, θα λέμε ότι το σύνολο Α είναι (αποτελεί) ***γνήσιο υποσύνολο*** του συνόλου Β και θα γράφουμε $A \subset B$, όταν και μόνο όταν το Α είναι υποσύνολο του Β και τα δύο σύνολα δεν είναι ίσα. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον στοιχείο του συνόλου Β που δεν ανήκει στο σύνολο Α.

$$\boxed{A \subset B \Leftrightarrow (A \subseteq B \wedge A \neq B)}$$

ή

$$\boxed{A \subset B \Leftrightarrow (\forall x / x \in A \Rightarrow x \in B) \wedge (\exists y \in B / y \notin A)}$$

Για τα γνωστά μας σύνολα αριθμών N, Z, Q και R ισχύει :

$$\boxed{N \subset Z \subset Q \subset R}$$

Αν Α και Β είναι δύο μη κενά σύνολα, θα λέμε ότι το σύνολο Α είναι (αποτελεί) ***γνήσιο υπερσύνολο*** του συνόλου Β και θα γράφουμε $A \supset B$, όταν και μόνο όταν το Α είναι υπερσύνολο του Β και τα δύο σύνολα δεν είναι ίσα. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον στοιχείο του συνόλου Α που δεν ανήκει στο σύνολο Β.

$$\boxed{A \supset B \Leftrightarrow (A \supseteq B \wedge A \neq B)}$$

Πληθικός αριθμός ενός συνόλου Α αποκαλείται ο αριθμός που εκφράζει το πλήθος των στοιχείων του συνόλου και συμβολίζεται με ν(Α), ενώ ***δυναμοσύνολο*** ενός συνόλου Α αποκαλείται το σύνολο που περιέχει όλα τα υποσύνολα του συνόλου και συμβολίζεται με *Φ*(Α). Στο δυναμοσύνολο ενός συνόλου ανήκουν εξ ορισμού το κενό σύνολο $\varnothing$ και το ίδιο το σύνολο Α.

Ισχύει το εξής : αν k είναι ο πληθικός αριθμός ενός συνόλου Α, τότε το δυναμοσύνολο του συνόλου Α θα έχει 2^k στοιχεία, δηλ. 2^k σύνολα.

$$\boxed{\nu(A) = k \Leftrightarrow \nu(\Phi(A)) = 2^k}$$

Για παράδειγμα, αν ένα σύνολο Α έχει 3 στοιχεία, τα α, β, και γ, τότε το δυναμοσύνολό του θα έχει $2^3 = 8$ υποσύνολα, τα εξής :

$$\varnothing, \{\alpha\}, \{\beta\}, \{\gamma\}, \{\alpha, \beta\}, \{\beta, \gamma\}, \{\gamma, \alpha\}, \{\alpha, \beta, \gamma\}$$

Στην αναπαράσταση των σχέσεων μεταξύ των συνόλων είναι πολύ βολικό να υπάρχει ένα ***βασικό σύνολο*** ή ***σύνολο αναφοράς***, το οποίο θα περιέχει όλα τα σύνολα που μελετάμε.

ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΣΥΝΟΛΩΝ

Στις πράξεις μεταξύ συνόλων θα υποθέσουμε ότι τα υπό μελέτη σύνολα αποτελούν υποσύνολα ενός βασικού συνόλου $\Omega \neq \varnothing$.

Τομή Συνόλων

Τομή δύο συνόλων Α και Β καλείται το σύνολο που αποτελείται από τα κοινά στοιχεία των δύο συνόλων, δηλ. τα στοιχεία που ανήκουν και στο Α και στο Β, και συμβολίζεται με $A \cap B$.

$$\boxed{A \cap B = \{x \in \Omega \,/\, x \in A \wedge x \in B\}}$$

Αν δύο σύνολα δεν έχουν κανένα κοινό στοιχείο, δηλ. αν $A \cap B = \varnothing$, τότε λέγονται ***ξένα*** μεταξύ τους. Το κενό σύνολο είναι ξένο με οποιοδήποτε άλλο σύνολο. Ισχύει το εξής :

$$\boxed{A \cap B \neq \varnothing \Leftrightarrow (\exists x \,/\, x \in A \wedge x \in B)}$$

΄Ενωση Συνόλων

΄Ενωση δύο συνόλων Α και Β καλείται το σύνολο που αποτελείται απ' όλα τα στοιχεία και των δύο συνόλων, δηλ. τα στοιχεία που ανήκουν είτε στο Α είτε στο Β, και συμβολίζεται με $A \cup B$. Φυσικά, τα στοιχεία των δύο συνόλων που είναι κοινά, τα λαμβάνουμε υπ' όψη μας μία μόνο φορά.

$$\boxed{A \cup B = \{x \in \Omega \,/\, x \in A \vee x \in B\}}$$

Ισχύει το εξής :

$$\boxed{A \cup B = \varnothing \Leftrightarrow (A = \varnothing \wedge B = \varnothing)}$$

Διαφορά Συνόλων

Διαφορά του συνόλου Β από το σύνολο Α καλείται το σύνολο που αποτελείται απ' όλα τα στοιχεία του συνόλου Α που δεν ανήκουν στο σύνολο Β και συμβολίζεται με $A - B$.

$$\boxed{A - B = \{x \in \Omega \,/\, x \in A \wedge x \notin B\}}$$

Ισχύουν τα εξής : $A - A = \varnothing$, $A - \varnothing = A$ και $\varnothing - A = \varnothing$

Συμμετρική Διαφορά Συνόλων

Συμμετρική διαφορά των συνόλων Α και Β καλείται το σύνολο που αποτελείται απ' όλα τα στοιχεία του συνόλου Α που δεν ανήκουν στο σύνολο Β καθώς και απ' όλα τα στοιχεία του συνόλου Β που δεν ανήκουν στο σύνολο Α και συμβολίζεται με $A \dotplus B$. Η συμμετρική διαφορά δύο συνόλων περιέχει όλα τα μη κοινά στοιχεία των δύο συνόλων.

$$A \dotplus B = \{x \in \Omega \,/\, (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A)\}$$

Ισχύει το εξής : $A \dotplus B = (A - B) \cup (B - A)$.

Αν τα σύνολα Α και Β είναι ξένα μεταξύ τους, δηλ. αν $A \cap B = \varnothing$, τότε θα ισχύει : $A \dotplus B = A \cup B$.

Συμπλήρωμα Συνόλου

Συμπλήρωμα ενός συνόλου Α ως προς ένα βασικό σύνολο ή σύνολο αναφοράς ή υπερσύνολο Ω καλείται η διαφορά του συνόλου Α από το σύνολο Ω, δηλ. το σύνολο εκείνο που περιέχει όλα τα στοιχεία του συνόλου Ω που δεν ανήκουν στο σύνολο Α. Συμβολίζεται με A^c ή με A'.

$$A^c = \{x \in \Omega \,/\, x \notin A)\} = \Omega - A$$

Ισχύουν τα εξής : $\varnothing^c = \Omega$ και $\Omega^c = \varnothing$.

Ακόμη : $A \cap A^c = \varnothing$, $A \cup A^c = \Omega$ και $(A^c)^c = A$

΄Ενα οποιοδήποτε στοιχείο x είτε θα ανήκει στο σύνολο Α είτε θα ανήκει στο συμπλήρωμά του αλλά όχι και στα δύο σύνολα ταυτόχρονα και σίγουρα στο ένα από τα δύο.

$$\forall x, x \in A \Rightarrow x \notin A^c \text{ και } \forall x, x \in A^c \Rightarrow x \notin A$$

ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΣΥΝΟΛΩΝ

Καρτεσιανό γινόμενο δύο μη κενών συνόλων Α και Β, με πρώτο παράγοντα το Α και δεύτερο παράγοντα το Β, αποκαλείται το σύνολο το οποίο σχηματίζεται από τα διατεταγμένα ζεύγη όλων των συνδυασμών των στοιχείων του συνόλου Α με τα στοιχεία του συνόλου Β. Συμβολίζεται με Α Χ Β.

$$\boxed{A \text{ X } B = \{(\alpha, \beta) \,/\, \alpha \in A \wedge \beta \in B\}}$$

Το στοιχείο (α, β) του καρτεσιανού γινομένου Α Χ Β αποκαλείται *διατεταγμένο ζεύγος*, ενώ το στοιχείο α του ζεύγους αποκαλείται *πρώτη συντεταγμένη* ή *πρώτη προβολή* ή *πρώτο μέλος* του ζεύγους και το στοιχείο β αποκαλείται *δεύτερη συντεταγμένη* ή *δεύτερη προβολή* ή *δεύτερο μέλος* του ζεύγους.

Για να είναι ίσα δύο διατεταγμένα ζεύγη ενός καρτεσιανού γινομένου, θα πρέπει να είναι ίσες οι αντίστοιχες συντεταγμένες τους, δηλ. ισχύει :

$$\boxed{(\alpha, \beta) = (\alpha_1, \beta_1) \Leftrightarrow (\alpha=\alpha_1 \wedge \beta=\beta_1)}$$

Ισχύουν επίσης και τα εξής :

$$\boxed{A \text{ X } B = \varnothing \Leftrightarrow (A = \varnothing \vee B = \varnothing)}$$

$$\boxed{A \text{ X } B \neq \varnothing \Leftrightarrow (A \neq \varnothing \wedge B \neq \varnothing)}$$

Αν τα δύο σύνολα Α και Β είναι ίσα, τότε το καρτεσιανό γινόμενό τους Α Χ Α συμβολίζεται με A^2 και το σύνολο των διατεταγμένων ζευγών που έχουν ίσες συντεταγμένες, δηλ. τα ζεύγη (α, α), συμβολίζεται με Δ και αποκαλείται η ***διαγώνιος*** του Α. Ισχύει $\Delta \subseteq A^2$.

Σε γενικές γραμμές δεν ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα στο καρτεσιανό γινόμενο δύο συνόλων, δηλ. Α Χ Β $\neq$ Β Χ Α, χωρίς όμως να αποκλείονται και περιπτώσεις όπου ισχύει η ισότητα, όπως όταν Α=Β ή και όταν ένα από τα σύνολα είναι το κενό σύνολο.

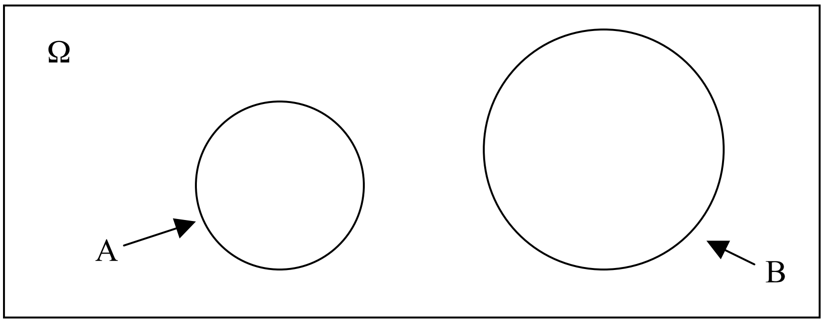
Αν το σύνολο έχει μ σε πλήθος στοιχεία και το σύνολο Β έχει ν σε πλήθος στοιχεία, τότε το καρτεσιανό γινόμενο Α Χ Β θα έχει μ.ν σε πλήθος στοιχεία (ζεύγη). Αν ένα από τα σύνολα έχει άπειρο πλήθος στοιχείων, τότε και το καρτεσιανό γινόμενο Α Χ Β θα έχει επίσης άπειρο πλήθος στοιχείων.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ ΤΩΝ ΣΥΝΟΛΩΝ

- $A \subseteq A$ (ανακλαστική ή αυτοπαθής)
- $(A \subseteq B \wedge B \subseteq \Gamma) \Rightarrow A \subseteq \Gamma$ (μεταβατική)
- $(A \subset B \wedge B \subset \Gamma) \Rightarrow A \subset \Gamma$ (μεταβατική)
- $A = A$ (ανακλαστική ή αυτοπαθής)
- $A = B \Leftrightarrow B = A$ (συμμετρική)
- $(A = B \wedge B = \Gamma) \Rightarrow A = \Gamma$ (μεταβατική)
- $(A \subseteq B \wedge B \subseteq A) \Leftrightarrow A = B$ (αντισυμμετρική)
- $A \cap B = B \cap A$ (αντιμεταθετική)
- $A \cup B = B \cup A$ (αντιμεταθετική)
- $A \cap (B \cap \Gamma) = (A \cap B) \cap \Gamma$ (προσεταιριστική)
- $A \cup (B \cup \Gamma) = (A \cup B) \cup \Gamma$ (προσεταιριστική)
- $A \cap A = A$
- $A \cap \varnothing = \varnothing$
- $A \cup A = A$
- $A \cup \varnothing = A$
- $A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$
- $A \cap B \subseteq B \subseteq A \cup B$
- $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$
- $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$
- $A \cap (B \cup \Gamma) = (A \cap B) \cup (A \cap \Gamma)$ (επιμεριστική)
- $A \cup (B \cap \Gamma) = (A \cup B) \cap (A \cup \Gamma)$ (επιμεριστική)
- $A - B = A \cap B^c$
- $A - B = (A \cup B) - B = A - (A \cap B)$
- $(A - B) \cap B = \varnothing$
- $(A - B) \cup B = A \cup B$
- $A \subseteq B \Leftrightarrow A - B = \varnothing$
- $A \dotplus B = B \dotplus A$
- $A \dotplus (B \dotplus \Gamma) = (A \dotplus B) \dotplus \Gamma$
- $A \dotplus B = (A \cup B) - (A \cap B)$
- $A \cap (B \dotplus \Gamma) = (A \cap B) \dotplus (A \cap \Gamma)$
- $A \cap A^c = \varnothing$
- $A \cup A^c = \Omega$
- $(A^c)^c = A$
- $A \subseteq B \Leftrightarrow B^c \subseteq A^c$
- $\left.\begin{array}{l}(A \cap B)^c = A^c \cup B^c \\ (A \cup B)^c = A^c \cap B^c\end{array}\right\}$ Νόμοι του De Morgan
- $A \times (B \cap \Gamma) = (A \times B) \cap (A \times \Gamma)$
- $A \subseteq B \Rightarrow A \times A \subseteq B \times B$

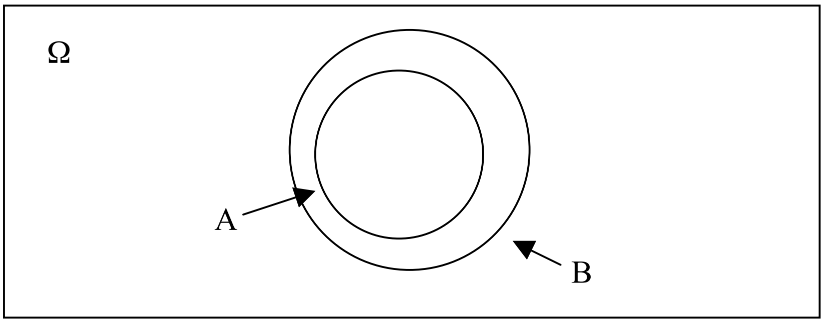
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΤΟΥ VENN

Για τη σχηματική παράσταση των συνόλων είναι πολύ δημοφιλή τα διαγράμματα του Venn, όπου το βασικό σύνολο ή σύνολο αναφοράς Ω παριστάνεται σαν ένα μεγάλο ορθογώνιο που περικλείει όλα τα άλλα σύνολα, τα οποία παριστάνονται με κύκλους. Στο παρακάτω σχήμα τα σύνολα Α και Β είναι ξένα μεταξύ τους.



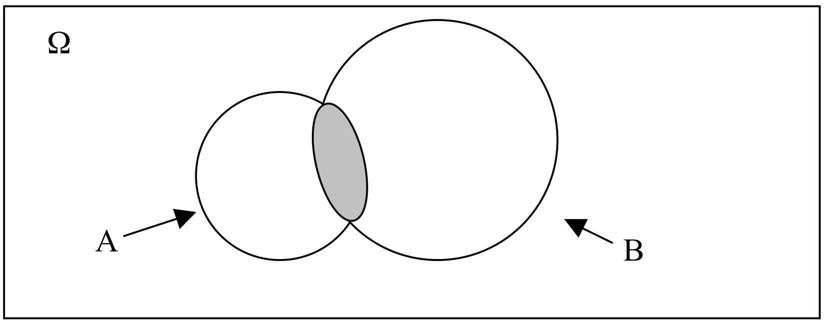
$A \cap B = \varnothing$.

Στο παρακάτω σχήμα το σύνολο Α είναι γνήσιο υποσύνολο του συνόλου Β, οπότε το σύνολο Β είναι γνήσιο υπερσύνολο του συνόλου Α.

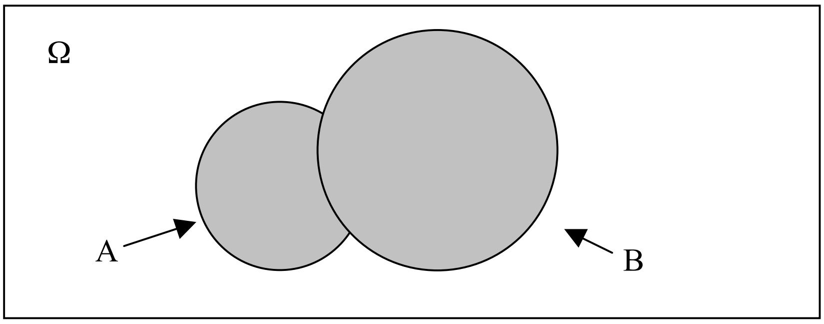


$A \subset B$ και $B \supset A$.

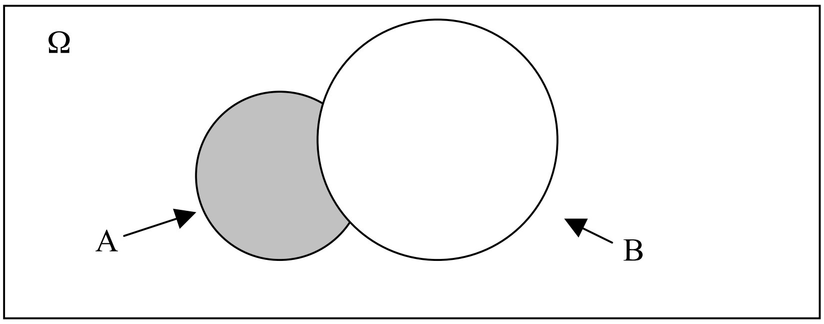
Οι πράξεις μεταξύ των συνόλων αποδίδονται πολύ παραστατικά στα παρακάτω σχήματα με τη χρήση των διαγραμμάτων του Venn και με τα γραμμοσκιασμένα τμήματα των σχημάτων που ακολουθούν.



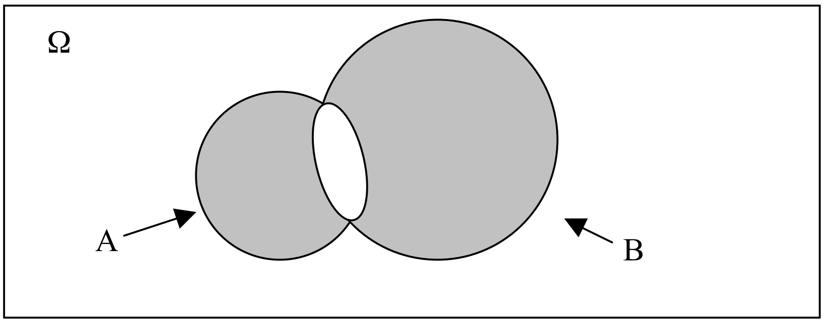
Τομή δύο συνόλων ($A \cap B$).



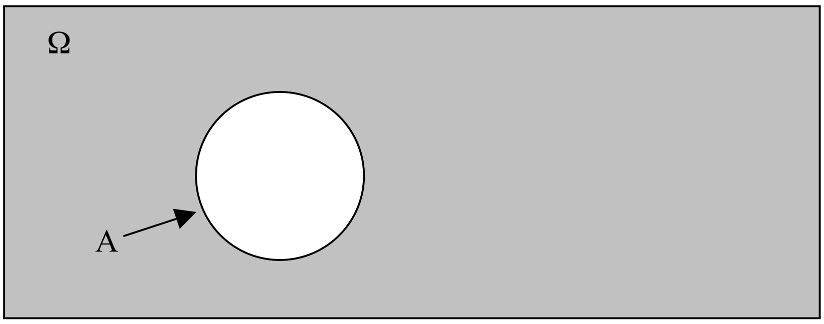
΄Ενωση δύο συνόλων ($A \cup B$).



Διαφορά δύο συνόλων ($A - B$).



Συμμετρική διαφορά δύο συνόλων ($A \dotplus B$).



Συμπλήρωμα συνόλου ($A^c = \Omega - A$).