ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β΄ ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 5 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Αν $\alpha>0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε αριθμούς θ_1 , $\theta_2>0$, να αποδείξετε ότι ισχύει:

$$\log_\alpha(\theta_1\theta_2) = \log_\alpha\theta_1 + \log_\alpha\theta_2 .$$

Μονάδες 9

Β. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη* ***Σωστό*** *ή* ***Λάθος*** *δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.*

α. Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, αν και μόνο αν ισχύει $\alpha^2 = \beta\gamma$.

β. Τρεις αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, αν και μόνο αν ισχύει

$$\beta = \frac{\alpha+\gamma}{2} .$$

γ. Ο $\nu^{ος}$ όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω είναι $\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu - 1)\omega$.

δ. Το άθροισμα των πρώτων ν όρων μιας γεωμετρικής προόδου (α_ν) με λόγο $\lambda \neq 1$ είναι $S_\nu = \alpha_1 \dfrac{\lambda^{\nu+1}-1}{\lambda-1}$.

Μονάδες 8

Γ. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της* ***Στήλης Α*** *και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της* ***Στήλης Β,*** *που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

Στήλη Α	**Στήλη Β**
α. ημ(α – β)	**1.** 2ημασυνα
β. ημ2α	**2.** $\frac{εφα+εφβ}{1-εφαεφβ}$
γ. εφ2α	**3.** ημασυνβ – ημβσυνα
δ. εφ(α – β)	**4.** $\frac{2εφα}{1-εφ^2α}$
	5. συνασυνβ – ημαημβ
	6. $\frac{εφα-εφβ}{1+εφαεφβ}$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

α. Να βρείτε την αριθμητική τιμή του πολυωνύμου $P(x)$ για $x = -1$.

Μονάδες 5

β. Να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $x - 1$.

Μονάδες 10

γ. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{\alpha-1}{5}\right)^x$.

α. Να βρείτε τις τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η συνάρτηση f ορίζεται σε όλο το $\mathbb{R}$.

Μονάδες 7

β. Να βρείτε τις τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα.

Μονάδες 8

γ. Εάν $\alpha = 11$, να λύσετε την εξίσωση $f(x) + f(x+1) = 6$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Έστω δύο κοινωνίες βακτηριδίων **Α** και **Β**. Αν συμβολίσουμε με A_0 τον αρχικό πληθυσμό της κοινωνίας **Α** και με B_0 τον αρχικό πληθυσμό της κοινωνίας **Β**, τότε $9A_0=10^{11}B_0$. Ο πληθυσμός της κοινωνίας **Α** μειώνεται κάθε ώρα κατά το $\frac{1}{100}$ του αρχικού πληθυσμού της, ενώ ο πληθυσμός της κοινωνίας **Β** αυξάνεται ανά ώρα με γεωμετρική πρόοδο με λόγο λ. Οι δύο πληθυσμοί γίνονται ίσοι 10 ώρες μετά την αρχική στιγμή.

α. Να δείξετε ότι ο λόγος της γεωμετρικής προόδου που αναφέρεται στον πληθυσμό **Β** είναι $\lambda = 10$.

Μονάδες 10

β. Πέντε ώρες μετά την αρχική στιγμή ο πληθυσμός της κοινωνίας **Β** είναι 10^{10} βακτηρίδια. Να δείξετε ότι ο αρχικός

πληθυσμός της κοινωνίας **Β** ήταν 10^5 βακτηρίδια.

Μονάδες 8

γ. Να βρείτε τον πληθυσμό της κοινωνίας **Α** , 99 ώρες μετά την αρχική στιγμή.

Μονάδες 7